Complément de cours

1 Chapitre 1

1.1 Contrainte budgétaire des ménages ; paragraphe 2.2

La contrainte budgétaire s'écrit :

$$WN + R^e + R^g = PC + PT' + \Delta M + \Delta B$$

où R^e et R^g désignent respectivement les intérêts et dividendes versés par l'entreprise et les intérêts versés par le gouvernement en contrepartie des bons du trésor achetés par les ménages auprès de l'État. Si on note $T = T' - R^g/P$, alors la contrainte budgétaire du ménage devient :

$$WN + R^e = PC + PT + \Delta M + \Delta B$$

Or $WN + R^e = PY$. On obtient finalement :

$$PY = PC + PT + \Delta M + \Delta B$$

1.2 Fonction de consommation ; paragraphe 3.1

→ Exemple de fonction de consommation qui respecte les propriétés énoncées :

$$C = c_1(Y - T) + C_0$$

avec $0 < c_1 < 1$ et $C_0 \geq 0$. C_0 correspond à la consommation incompressible : ce que l'on consomme quand bien même le revenu est nul. On peut prendre par exemple $c_1 = 0,8$ et $C_0 = 50$.

1.3 Fonction d'investissement ; paragraphe 3.2

→ Exemples de fonction d'investissement :

$$\begin{cases} I = \dfrac{1}{R - \Pi} \\ I = I_0 + b(R - \Pi) \end{cases}$$

avec $I_0 > 0$ et $b < 0$. On peut prendre par exemple $I_0 = 5$ et $b = -0.5$.

1.4 Fonction de demande de monnaie ; paragraphe 3.3

→ Exemples de fonction de demande de monnaie :

$$\begin{cases} \dfrac{M^d}{P} = \dfrac{Y}{R} \\ \dfrac{M^d}{P} = a_1 Y + a_2 R \end{cases}$$

avec $a_1 > 0$ et $a_2 < 0$. On peut prendre par exemple $a_1 = 0,5$ et $a_2 = -0,3$.

1.5 Fonction de demande de travail ; paragraphe 3.4

→ détermination du coût marginal de l'entreprise dans un environnement où la concurrence parfaite règne

Soit $Y = f(N)$ la fonction de production de l'entreprise. Elle indique qu'en utilisant N travailleurs, l'entreprise peut produire Y unités de bien. On note W le salaire auquel les travailleurs sont rémunérés. On note $C(Y)$ la fonction de coût total de l'entreprise. Elle indique le coût minimum que l'entreprise doit subir pour produire Y unités de biens. Comme l'entreprise utilise N travailleurs pour produire Y unités de biens, on en déduit que $C(Y) = WN$. Soit $C'(Y) = \frac{dC(Y)}{dY}$ le coût marginal de l'entreprise. Il vérifie, par conséquent, étant donné la fonction de coût total, $C'(Y) = \frac{dC(Y)}{dY} = W\frac{dN}{dY}$. Or, d'après la fonction de production, on a $\frac{dY}{dN} = f'(N)$ ce qui est équivalent à $\frac{dN}{dY} = \frac{1}{f'(N)}$. On obtient alors l'expression du coût marginal de l'entreprise : $C'(Y) = W\frac{dN}{dY} = \frac{W}{f'(N)}$.

→ Exemple de détermination de la fonction de demande de travail

Lorsque la fonction de production s'écrit : $Y = f(N) = N^\alpha$ avec $\alpha < 1$, la demande de travail, en situation de concurrence parfaite, se déduit de l'égalité ci-dessous :

$$f'(N_d) = \frac{W}{P} \Longleftrightarrow \alpha N_d^{\alpha-1} = \frac{W}{P} \Longleftrightarrow N_d^{\alpha-1} = \frac{W}{\alpha P}$$

On obtient finalement :

$$N_d = \left(\frac{W}{\alpha P}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\frac{W}{\alpha P}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}$$

On peut alors en déduire l'offre de biens en utilisant la définition de la fonction de production. Elle vérifie :

$$Y^s = N_d^\alpha \Longleftrightarrow \left(\frac{W}{\alpha P}\right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

1.6 Le marché du bien ; paragraphe 4.1

→ Rappel sur la différentielle totale

Soit $f : (x_1, ..., x_n) \mapsto f(x_1, ..., x_n)$ une fonction, à plusieurs variables, dérivable en chacun de ses arguments sur son domaine de définition. Soient $(dx_1, ..., dx_n)$ des accroissements infinitésimaux de $(x_1, ..., x_n)$ alors :

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1 + ... + \frac{\partial f}{\partial x_n}dx_n = f_1'dx_1 + ... + f_n'dx_n$$

Appliquons cette définition à la fonction suivante : $y = f(x_1, x_2, x_3) = \ln x_1 x_2^{\frac{1}{2}} x_3$. On a alors :

$$dy = \frac{1}{x_1}x_2^{\frac{1}{2}}x_3 dx_1 + \frac{1}{2}\ln x_1 x_2^{-\frac{1}{2}}x_3 dx_2 + \ln x_1 x_2^{\frac{1}{2}} dx_3$$

Autres exemples :

$$y = f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_3 \Longrightarrow dy = x_2dx_1 + x_1dx_2 + dx_3$$
$$y = f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1x_2^3}{x_3} \Longrightarrow dy = \frac{x_2^3}{x_3}dx_1 + \frac{3x_1x_2^2}{x_3}dx_2 - \frac{x_1x_2^3}{x_3^2}dx_3$$

→ Exemple de détermination de la courbe IS
Supposons que la fonction de consommation s'écrit $C = c_1(Y-T)+C_0$, que la fonction d'investissement s'écrit $I = I_0 + b(R - \Pi)$ et que les dépenses publiques G soient égales à $\bar{G}$. Enfin, on suppose que l'impôt T est forfaitaire et égal à $\bar{T}$. L'équation de la courbe IS se déduit de l'équilibre sur le marché des biens :

$$Y = C + I + G \Longleftrightarrow Y = c_1(Y - \bar{T}) + C_0 + I_0 + b(R - \Pi) + \bar{G}$$

On obtient les deux formulations possibles suivantes :

$$\begin{cases} Y = \dfrac{-c_1\bar{T} + C_0 + I_0 + \bar{G} - b\Pi}{1 - c_1} + b\dfrac{R}{1 - c_1} \\ R = \dfrac{c_1\bar{T} - C_0 - I_0 - \bar{G} + b\Pi}{b} + \dfrac{(1 - c_1)}{b}Y \end{cases}$$

1.7 Le marché de la monnaie ; paragraphe 4.2

→ Exemple de détermination de la courbe LM
Supposons que la fonction de demande de monnaie s'écrit $\dfrac{M^d}{P} = a_1Y + a_2R$ et que l'offre réelle de monnaie, que l'on note $\frac{M^s}{P}$, vaut $\frac{\bar{M}}{P}$. L'équation de la courbe LM se déduit de l'équilibre sur le marché de la monnaie :

$$\frac{M^d}{P} = \frac{\bar{M}}{P} \Longleftrightarrow a_1Y + a_2R = \frac{\bar{M}}{P}$$

On obtient la formulation suivante :

$$R = \frac{1}{a_2}\left(\frac{\bar{M}}{P} - a_1Y\right)$$

1.8 Le modèle IS-LM ; paragraphe 4.4

→ Détermination du revenu dans le modèle IS-LM
On considère une économie pour laquelle la fonction de consommation s'écrit $C = c_1(Y - T) + C_0$, la fonction d'investissement s'écrit $I = I_0 + b(R - \Pi)$. Les dépenses publiques G soient égales à $\bar{G}$. L'impôt T est forfaitaire et égal à $\bar{T}$. La fonction de demande de monnaie s'écrit $\dfrac{M^d}{P} = a_1Y + a_2R$ et l'offre réelle de monnaie, que l'on note $\frac{M^s}{P}$, vaut $\frac{\bar{M}}{P}$. Le revenu d'équilibre du modèle IS-LM se déduit de la résolution du système d'équations composés d'IS et LM :

$$\begin{cases} Y = C + I + G \text{ (IS)} \\ \frac{M^d}{P} = \frac{\bar{M}}{P} \text{ (LM)} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} Y(1 - c_1) = -c_1\bar{T} + C_0 + I_0 + \bar{G} - b\Pi + bR \text{ (IS)} \\ R = \frac{1}{a_2}\left(\frac{\bar{M}}{P} - a_1Y\right) \text{ (LM)} \end{cases}$$

En introduisant l'équation LM dans l'équation IS, on obtient le revenu d'équilibre du modèle IS-LM en fonction uniquement des paramètres et des variables exogènes du modèle :

$$Y = \frac{C_0 - c_1\bar{T} + I_0 + \bar{G} - b\Pi + \frac{b}{a_2}\frac{\bar{M}}{P}}{1 - c_1 + \frac{a_1b}{a_2}}$$

1.9 Le marché des titres ; paragraphe 4.4

→ Comparaison de la pente de la courbe FP à celle d'IS

Les pentes des courbes FP et IS valent :

$$\begin{array}{l} \left|\frac{dR_{IS}}{dY}\right| = \left|\frac{1-C'}{I'}\right| = \frac{|1-C'|}{|I'|} \\ \left|\frac{dR_{FP}}{dY}\right| = \left|\frac{1-C'-L'_Y}{I'+L'_R}\right| = \frac{\left|1-C'-L'_Y\right|}{\left|I'+L'_R\right|} \end{array}$$

Comme I' et L'_R sont négatifs tous les deux, on peut écrire que :

$$I' + L'_R < I' \Rightarrow \left|I' + L'_R\right| > \left|I'\right| \Longleftrightarrow \frac{1}{\left|I' + L'_R\right|} < \frac{1}{|I'|}$$

Comme $|1 - C' - L'_Y| > 0$, il s'ensuit :

$$\frac{|1 - C' - L'_Y|}{\left|I' + L'_R\right|} < \frac{|1 - C' - L'_Y|}{|I'|}$$

Pour achever la démonstration, il reste à comparer $\frac{\left|1-C'-L'_Y\right|}{|I'|}$ à $\frac{|1-C'|}{|I'|}$. On a $|1 - C' - L'_Y| < |1 - C'|$. Comme $\frac{1}{|I'|} > 0$, on obtient que :

$$\frac{|1 - C' - L'_Y|}{|I'|} < \frac{|1 - C'|}{|I'|}$$

Finalement, on obtient :

$$\frac{|1 - C' - L'_Y|}{\left|I' + L'_R\right|} < \frac{|1 - C'|}{|I'|} \Longleftrightarrow \left|\frac{dR_{FP}}{dY}\right| < \left|\frac{dR_{IS}}{dY}\right|$$

→ Exemple de détermination de la courbe FP

Supposons que les fonctions d'investissement, de consommation et de monnaie s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} I = I_0 + b(R - \Pi) \\ C = c_1(Y - T) + C_0 \\ \dfrac{M^d}{P} = a_1 Y + a_2 R \end{cases}$$

On suppose en outre que les dépenses publiques et les impôts valent respectivement G et T. Quant à l'offre réelle de monnaie, notée $\frac{M^s}{P}$, elle s'élève à $\dfrac{\bar{M}}{P}$. L'équation de la courbe FP se déduit de l'équilibre sur le marché des titres (l'offre de titres coïncide avec la demande de titres ou encore la demande de fonds prêtables est égale à l'offre de fonds prêtables) :

$$\begin{cases} \dfrac{B}{P} = \dfrac{B^s}{P} \\ \dfrac{B}{P} = Y - T - C + \dfrac{M_0 + B_0}{P} - \dfrac{M^d}{P} \\ \dfrac{B^s}{P} = \dfrac{B^e + B^g}{P} \\ \dfrac{B^e}{P} = I + \dfrac{B_0^e}{P} \\ \dfrac{B^g}{P} = G - T - \left(\dfrac{\bar{M} - \bar{M}_0}{P}\right) + \dfrac{B_0^g}{P} \end{cases}$$

où $\frac{B}{P}$ et $\frac{B^s}{P}$ désignent respectivement la demande de titres et l'offre de titres. On obtient la formulation suivante :

$$Y - T - C + \frac{M_0 + B_0}{P} - \frac{M^d}{P} = I + \frac{B_0^e}{P} + G - T - \left(\frac{\bar{M} - \bar{M}_0}{P}\right) + \frac{B_0^g}{P}$$

Or $\bar{M}_0 = M_0$ et $B_0 = B_0^e + B_0^g$. On obtient par conséquent :

$$Y - T - C - \frac{M^d}{P} = I + G - T - \frac{\bar{M}}{P}$$

En remplaçant $\frac{M^d}{P}$, C et I par leur définition, on obtient :

$$Y - (c_1(Y - T) + C_0) - (a_1 Y + a_2 R) = I_0 + b(R - \Pi) + G - \frac{\bar{M}}{P}$$

On peut à présent en déduire l'expression de la courbe FP dans le plan (Y,R), c'est-à-dire l'expression de R en fonction de Y :

$$R = \frac{c_1 T - C_0 - I_0 + b\Pi - G + \frac{\bar{M}}{P}}{a_2 + b} + \frac{(1 - a_1 - c_1)}{a_2 + b} Y$$

1.10 Chômage et rigidités réelles : l'équilibre de long terme ; paragraphe 5.5

→ Résolution du problème de maximisation du profit que poursuit l'entreprise en situation de concurrence imparfaite

Le programme que résout l'entreprise qui poursuit un objectif de maximisation du profit, en situation de concurrence imparfaite, est le suivant :

$$\begin{aligned} \underset{Y,N,P}{Max}\ & PY - WN - \bar{C} \\ s.c.\ \ & Y = f(N) \\ & Y = Y(P) \end{aligned}$$

Sa résolution nécessite de définir le lagrangien :

$$\mathscr{L} = PY - WN - \bar{C} + \lambda_1(Y - f(N)) + \lambda_2(Y - Y(P))$$

Les conditions du premier doivent, entre autres, vérifier :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial Y} = 0 \Longleftrightarrow P + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial N} = 0 \Longleftrightarrow -W - \lambda_1 f'(N) = 0 \Longleftrightarrow \lambda_1 = -\frac{W}{f'(N)} \\ \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial P} = 0 \Longleftrightarrow Y - \lambda_2 Y'(P) = 0 \Longleftrightarrow \lambda_2 = \frac{Y}{Y'(P)} \end{cases}$$

En introduisant les deux dernières équations dans la première on obtient :

$$P - \frac{W}{f'(N)} + \frac{Y}{Y'(P)} = 0 \Longleftrightarrow P + \frac{Y}{Y'(P)} = \frac{W}{f'(N)} \Longleftrightarrow P\left(1 + \frac{Y}{PY'(P)}\right) = \frac{W}{f'(N)}$$

En faisant remarquer que l'élasticité de la demande au prix [1], notée ϵ, vaut : $\epsilon = -\frac{dY}{dP}\frac{P}{Y} = -Y'(P)\frac{P}{Y}$, on peut réécrire l'équation précédente :

$$P\left(1-\frac{1}{\epsilon}\right) = \frac{W}{f'(N)} \Longleftrightarrow P\left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon}\right) = \frac{W}{f'(N)} \Longleftrightarrow P = \frac{W}{f'(N)}\left(\frac{\epsilon}{\epsilon-1}\right)$$

A présent en faisant remarquer que $\dfrac{\epsilon}{\epsilon-1} = \dfrac{\epsilon-1+1}{\epsilon-1} = 1+\dfrac{1}{\epsilon-1}$, on obtient :

$$P = \frac{W}{f'(N)}\left(1+\frac{1}{\epsilon-1}\right)$$

Si on pose $\rho = \frac{1}{\epsilon-1}$, on a alors :

$$P = (1+\rho)\frac{W}{f'(N)} \Longleftrightarrow f'(N) = (1+\rho)\frac{W}{P}$$

1.11 La quasi-offre ; paragraphe 6.2

→ Exemple de détermination de demande de travail et de quasi-offre en situation de concurrence imparfaite
Supposons que la fonction de production s'écrit $Y = 2N^{\frac{1}{2}}$. En situation de concurrence imparfaite, la fonction de demande de travail, que l'on note N_d, vérifie :

$$P = (1+\rho)\frac{W}{f'(N_d)} \Longleftrightarrow P = (1+\rho)\frac{W}{N_d^{-\frac{1}{2}}} \Longleftrightarrow N_d = \left((1+\rho)\frac{W}{P}\right)^{-2}$$

On en déduit la fonction de quasi-offre, que l'on note Y^s, à partir de la fonction de production :

$$Y^s = 2\frac{P}{W\,(1+\rho)}$$

Il s'ensuit que si $W = 2$ alors l'équation devient $Y^s = \frac{P}{(1+\rho)}$. Si en revanche $W = 1$ alors l'équation devient $Y^s = 2\frac{P}{(1+\rho)}$. Ainsi, lorsque W se modifie à la baisse, la courbe de quasi-offre se déplace vers la droite.

2 chapitre 2

2.1 Préambule : le paradoxe de l'épargne ; paragraphe 1

Supposons que l'économie soit caractérisée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} C = C_0 + c_1(Y-T) \\ I = I_0 \\ T = tY,\ 0 < t < 1 \\ G = \bar{G} \end{cases}$$

1. Elle indique que la demande augmente de ϵ % lorsque les prix diminuent de 1%.

A court terme (c'est-à-dire à prix et salaires fixes), le revenu d'équilibre est solution du système composé d'IS et LM. Cependant, comme l'investissement est exogène, la courbe IS suffit à elle seule à déterminer le revenu d'équilibre. L'équation IS se déduit de l'équilibre sur le marché des biens :

$$Y = C + I + G \Longrightarrow Y = C_0 + c_1(Y - tY) + I_0 + \bar{G} \Longrightarrow Y = \frac{C_0 + I_0 + \bar{G}}{1 - c_1(1 - t)}$$

La hausse de l'épargne peut se traduire par une baisse de C_0 ou une baisse de c_1. On considère ici, le cas d'une baisse de c_1 (une baisse de la propension marginale à consommer implique une hausse de la propension marginale à épargner). Si c_1 diminue alors $c_1(1-t)$ diminue si bien que $1 - c_1(1-t)$ augmente. Il s'ensuit une diminution de $\frac{1}{1-c_1(1-t)}$. Y diminue, ce qui se traduit par un déplacement de la courbe IS vers la gauche dans le plan (Y, R).
Si en revanche, l'investissement dépend négativement du taux d'intérêt, alors la détermination du revenu à court terme nécessite que l'on redéfinisse la fonction d'investissement et que l'on spécifie la fonction de demande de monnaie ainsi que l'offre de monnaie.

$$\begin{cases} I = I_0 + b(R - \Pi), \quad \Pi = 0 \\ M^s = \bar{M} \\ \frac{M^d}{P} = a_1 Y + a_2 R \end{cases}$$

L'équation IS se trouve modifiée en raison de la fonction d'investissement qui dépend à présent du taux d'intérêt :

$$Y = C + I + G \Longrightarrow Y = C_0 + c_1(Y - tY) + I_0 + bR + \bar{G} \Longrightarrow Y = \frac{C_0 + I_0 + \bar{G}}{1 - c_1(1 - t)} + \frac{b}{1 - c_1(1 - t)} R$$

Il apparaît alors que suite à une baisse de la propension marginale à consommer c_1, non seulement la courbe IS se déplace vers la gauche car $\frac{C_0+I_0+\bar{G}}{1-c_1(1-t)}$ diminue mais sa pente $\frac{dR}{dY} = \frac{1-c_1(1-t)}{b}$ en valeur absolue augmente aussi. A présent, déterminons l'équation de la courbe LM, ce qui permettra de déterminer le revenu d'équilibre lorsque prix et salaires sont fixes :

$$\frac{M^d}{P} = \frac{\bar{M}}{P} \Longleftrightarrow a_1 Y + a_2 R = \frac{\bar{M}}{P} \Longleftrightarrow R = \frac{1}{a_2}\left(\frac{\bar{M}}{P} - a_1 Y\right)$$

En remplaçant R par sa définition dans IS, on obtient :

$$Y = \frac{C_0 + I_0 + \bar{G} + \dfrac{b\bar{M}}{a_2 P}}{1 - c_1(1 - t) + \dfrac{a_1 b}{a_2}}$$

On retrouve le résultat selon lequel une hausse de l'épargne (qui a pour origine la baisse de la propension marginale à consommer c_1) provoque une baisse du revenu lorsque prix et salaires sont fixes.

2.2 Variations de la dépense publique, impact à court terme ; paragraphe 2.1

→ Exemple de détermination du multiplicateur keynésien lorsque l'investissement est exogène
Supposons que l'économie soit caractérisée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} C = C_0 + c_1(Y - T) \\ I = I_0 \\ T = \bar{T} \\ G = \bar{G} \end{cases}$$

A court terme, lorsque l'investissement est exogène (il ne dépend pas du taux d'intérêt), le revenu d'équilibre s'obtient uniquement à partir de l'équation IS. C'est à partir de celui-ci qu'on en déduit le multiplicateur keynésien.

$$Y = C + I + G \Longrightarrow Y = C_0 + c_1(Y - \bar{T}) + I_0 + \bar{G} \Longrightarrow Y = \frac{C_0 - c_1\bar{T} + I_0 + \bar{G}}{1 - c_1}$$

Le multiplicateur keynésien vaut par conséquent :

$$\frac{dY}{d\bar{G}} = \frac{1}{1 - c_1}$$

→ Exemple de détermination du multiplicateur keynésien lorsque l'investissement est endogène
Supposons que l'économie soit caractérisée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} C = C_0 + c_1(Y - T) \\ I = I_0 + b(R - \Pi) \\ T = \bar{T} \\ G = \bar{G} \\ M^s = \bar{M} \\ \frac{M^d}{P} = a_1 Y + a_2 R \end{cases}$$

Pour déterminer le multiplicateur keynésien, il faut au préalable déterminer le revenu de court terme qui est la solution du système composé des équations IS et LM.
A l'équilibre du marché des biens, on a :

$$Y = C + I + G \Longrightarrow Y(1 - c_1) = C_0 - c_1\bar{T} + I_0 + \bar{G} - b\Pi + bR$$

A l'équilibre du marché de la monnaie, on a :

$$\frac{M^d}{P} = \frac{\bar{M}}{P} \Longleftrightarrow a_1 Y + a_2 R = \frac{\bar{M}}{P} \Longleftrightarrow R = \frac{1}{a_2}\left(\frac{\bar{M}}{P} - a_1 Y\right)$$

En introduisant LM dans IS on obtient :

$$Y = \frac{C_0 - c_1\bar{T} + I_0 + \bar{G} - b\Pi + \dfrac{b\bar{M}}{a_2 P}}{1 - c_1 + \dfrac{a_1 b}{a_2}}$$

On en déduit le multiplicateur keynésien :

$$\frac{dY}{d\bar{G}} = \frac{1}{1 - c_1 + \dfrac{a_1 b}{a_2}} < \frac{1}{1 - c_1} \text{ car } \frac{a_1 b}{a_2} > 0$$

2.3 Impact d'une hausse des dépenses publiques financée par création monétaire ; à intégrer au paragraphe 2.1

Dans ce paragraphe, l'impact d'une augmentation de la dépense publique financée par création monétaire est décrit. On se place dans la configuration pour laquelle on a :

$$dG = \frac{d\bar{M}}{P}$$

Cela correspond à la situation où l'État opte pour un financement monétaire de son déficit budgétaire. A montant des impôts et d'emprunt inchangé, cela correspond à un financement des dépenses publiques par la « planche à billet » ($dT = 0$ et $\dfrac{dB^g}{P} = 0$).

ÉTUDE A COURT TERME

A court terme, prix et salaire nominal sont rigides. L'ajustement se fait par les quantités. Une hausse des dépenses publiques d'un montant dG induit une hausse de la demande globale Y^D du même montant. Graphiquement, cela se traduit par un déplacement de la courbe IS vers la droite dans le plan (Y,R). L'entreprise qui se situe en situation de concurrence imparfaite sur le marché du bien, et qui donc tarifie à un prix supérieur à son coût marginal, a alors intérêt à répondre à ce supplément de demande. L'offre de biens s'ajuste au niveau de la demande. La production augmente ainsi que l'emploi. Au total, le revenu augmente à court terme.

Selon la loi psychologique fondamentale de Keynes, la hausse du revenu disponible, induit une hausse de la consommation mais dans une moindre mesure. En effet, une partie de la hausse de revenu est épargnée. A nouveau la demande augmente. Pour les raisons évoquées plus haut l'offre augmente et à nouveau le revenu d'équilibre augmente à court terme. Des hausses successives et de plus en plus petites de la consommation se succèdent ce qui vient amplifier l'effet positif de l'accroissement des dépenses publiques sur le revenu de court terme.

Comme l'État finance la hausse des dépenses publiques par création monétaire, l'équilibre du marché de la monnaie s'en trouve affecté. L'offre réelle de monnaie s'accroît puisque l'État a recours à la création monétaire pour financer la hausse des dépenses publiques (Graphiquement, cela se traduit par le déplacement de la courbe LM vers le bas). Parallèlement, la hausse du revenu conduit les agents a demandé davantage de monnaie pour le motif de transaction et de précaution. La nature du déséquilibre sur le marché de la monnaie est donc indéterminée. On ne sait pas si le marché de la monnaie est caractérisé par un excès d'offre de monnaie ou un excès de demande de monnaie. Trois configurations sont alors possibles :

• 1er cas : l'accroissement de l'offre réelle de monnaie est supérieur à celui de la demande réelle de monnaie. Sur le marché de la monnaie apparaît alors un excès d'offre de monnaie. Dans ce cas, le taux d'intérêt baisse et l'investissement s'en trouve stimulé ainsi que la demande, la production et le revenu de court terme. Cela vient renforcer l'effet positif de l'accroissement des dépenses publiques.

• 2ème cas : l'accroissement de l'offre réelle de monnaie est inférieur à celui de la demande réelle de monnaie. Sur le marché de la monnaie apparaît alors un excès de demande de monnaie. Dans ce cas, le taux d'intérêt augmente mais dans une moindre mesure par rapport à la situation où l'accroissement des dépenses publiques est financé par emprunt. L'investissement diminue ainsi que la demande. Cela réduit l'effet positif qu'exerce l'augmentation des dépenses publiques sur le revenu de court terme. Néanmoins, l'effet d'éviction est moindre par rapport à la situation où l'accroissement des dépenses publiques est financé par emprunt.

• 3ème cas : l'accroissement de l'offre réelle de monnaie coïncide avec celui de la demande réelle de monnaie. Le marché de la monnaie continue d'être en équilibre. Dans ce cas, le taux d'intérêt ne se modifie pas. Aucun effet d'éviction ne se produit.

Pour déterminer $\left.\frac{dY_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{d\bar{M}}{P}}$, il suffit de déterminer $\left.\frac{dY^D}{dG}\right|_{dG=\frac{d\bar{M}}{P}}$. Y^D se déduit de la résolution du système d'équations (IS) et (LM). Le système à différentier est donc :

$$\begin{cases} Y = C(Y-T) + I(R-\Pi) + G \\ \dfrac{\overline{M}}{P} = L(Y,R) \end{cases}$$

On obtient en différentiant le système :

$$\begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} = L'_Y dY + L'_R dR \end{cases}$$

En réarrangeant un peu :

$$\begin{cases} (1-C')dY = -C'dT + I'dR - I'd\Pi + dG \\ dR = \dfrac{\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R} \end{cases}$$

En introduisant dR dans dY, on obtient :

$$(1-C')dY = -C'dT + I'\left(\dfrac{\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R}\right) - I'd\Pi + dG$$

Finalement, on obtient :

$$\left(1 - C' + I'\frac{L'_Y}{L'_R}\right)dY = -C'dT + \frac{I'}{L'_R}\frac{d\overline{M}}{P} - I'd\Pi + dG. \Leftrightarrow dY = \frac{-C'dT + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P} - I'd\Pi + dG}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

Comme on cherche à quantifier l'impact de la hausse des dépenses publiques, financée par création monétaire, on a $\dfrac{d\overline{M}}{P} = dG$ et $dT = 0 = d\Pi$. D'où :

$$\left.\frac{dY_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{d\bar{M}}{P}} = \frac{1 + \dfrac{I'}{L'_R}}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}} > \left.\frac{dY_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{Bg}{P}} \text{ car } \frac{I'}{L'_R} > 0$$

avec $\left.\frac{dY_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{Bg}{P}} = \dfrac{1}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$

Déterminons à présent la variation du taux d'intérêt consécutive à la hausse des dépenses publiques financée par création monétaire. Pour déterminer dR il suffit d'introduire dY dans $dR = \dfrac{\frac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R}$:

$$dR = \frac{\dfrac{d\overline{M}}{P}}{L'_R} - \frac{L'_Y}{L'_R}\left(\frac{-C'dT + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P} - I'd\Pi + dG}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}\right) \Leftrightarrow dR = \frac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \left(\dfrac{1-C'}{L'_R}\right)\dfrac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

Comme on cherche à quantifier l'impact de la hausse des dépenses publiques, financée par création monétaire, on a $\dfrac{d\overline{M}}{P} = dG$ et $dT = 0 = d\Pi$. D'où :

$$\left.\frac{dR_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{d\bar{M}}{P}} = \frac{1+\left(\dfrac{1-C'}{L'_R}\right)}{1-C'+I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

On aura alors que :

$$\left.\frac{dR_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{d\bar{M}}{P}} \geq 0 \Longleftrightarrow \left(\frac{1-C'}{L'_R}\right) \leq -1$$

Si les dépenses publiques avaient été financées par emprunt, on aurait eu :

$$\left.\frac{dR_{E_{CT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{dBg}{P}} = \frac{1}{1-C'+I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

ÉTUDE A MOYEN TERME

A moyen terme, les prix deviennent flexibles. Il n'y a aucune raison que l'ajustement se fasse uniquement par les quantités. L'entreprise, suite à l'accroissement des dépenses publiques, augmente le prix qu'elle pratique. Cela stimule l'offre de biens, décourage la demande de biens et cela ramène l'équilibre sur le marché du bien qui se caractérisait par un excès de demande de biens, en raison de la politique budgétaire expansionniste. En effet :

• La hausse du prix réduit le coût réel du travail ($\dfrac{W}{P}$). L'entreprise est disposée à produire plus (déplacement le long de la courbe d'offre). L'emploi augmente par rapport à la situation initiale mais moins qu'à court terme car l'offre s'ajuste aussi en prix ce qui implique qu'elle n'augmentera pas du montant de la hausse de la demande.

• L'augmentation du prix réduit le pouvoir d'achat de la monnaie. Les agents n'ont pas assez de monnaie pour réaliser leurs transactions. Ils se procurent cette monnaie en vendant des titres. La demande de titres devient inférieure à l'offre de titres. Le cours des titres diminue et le taux d'intérêt augmente. L'investissement diminue (effet d'éviction par les prix), ainsi que la demande. Graphiquement, cela se traduit par un déplacement de la courbe LM vers le haut dans le plan (Y,R).

Au total on a :

$$\begin{array}{l} Y_{E_0} < Y_{E_{MT}} < Y_{E_{CT}} \\ N_{E_0} < N_{E_{MT}} < N_{E_{CT}} \\ R_{E_{MT}} > R_{E_{CT}} \end{array}$$

ÉTUDE A LONG TERME

A long terme, les salaires deviennent flexibles. Prix et salaires se fixent au niveau désiré par les agents. La hausse des prix à moyen terme a réduit le salaire réel. Ce dernier devient inférieur à la valeur issue des négociations salariales. Les partenaires sociaux s'accordent alors pour augmenter le salaire nominal afin que le salaire réel retrouve la valeur décidée lors des négociations salariales. La hausse du salaire nominal renchérit le coût réel du travail si bien que pour chaque niveau de prix les entreprises sont moins disposées à produire. L'offre de biens se contracte (graphiquement, cela se traduit par un déplacement de la courbe d'offre vers la gauche dans le plan (Y,P)). Sur le marché des biens apparaît alors un excès demande de biens dû à la baisse de l'offre de biens. L'entreprise, en réaction à l'excès de demande, augmente le prix qu'elle pratique. Le passage de l'équilibre de moyen terme à l'équilibre de long terme se traduit par une hausse de l'offre de biens et une baisse de la demande de biens. En effet :

• La hausse du prix réduit le coût réel du travail ($\frac{W}{P}$). L'entreprise est disposée à produire plus (déplacement le long de la courbe d'offre).

• L'augmentation du prix réduit le pouvoir d'achat de la monnaie. Les agents n'ont pas assez de monnaie pour réaliser leurs transactions. Ils se procurent cette monnaie en vendant des titres. La demande de titres devient inférieure à l'offre de titres. Le cours des titres diminue et le taux d'intérêt augmente. L'investissement diminue ainsi que la demande. Graphiquement, cela se traduit par un déplacement de la courbe LM vers le haut dans le plan (Y,R).

Ainsi une boucle salaire-prix orientée vers le haut s'amorce jusqu'à ce que le salaire réel retrouve sa valeur décidée lors des négociations salariales.

Au total :

$$\begin{aligned}
&Y_{E_{LT}} = Y_{E_0} \\
&N_{E_{LT}} = N_{E_0} \\
&R_{E_{LT}} > R_{E_{MT}} \\
&\left.\frac{dY_{E_{LT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{d\bar{M}}{P}} = \left.\frac{dY_{E_{LT}}}{dG}\right|_{dG=\frac{B^g}{P}} = 0
\end{aligned}$$

2.4 Variations de la fiscalité ; paragraphe 2.2

$\longrightarrow$ Preuve mathématique : l'accroissement de l'offre de titres est supérieur à celui de la demande de titres suite à une baisse de l'impôt financée par emprunt

La réduction de l'impôt est financée par emprunt, ce qui signifie que la baisse d'impôt s'accompagne d'une hausse de l'offre de titres du même montant. Mathématiquement, cela se traduit ainsi :

$$\frac{dB^g}{P} = -dT$$

Déterminons à présent la variation de la demande de titres, notée $\frac{B}{P}$:

$$\frac{B}{P} = Y - T - C(Y - T) + \frac{M_0 + B_0}{P} - L(Y, R)$$

Pour déterminer l'impact de la baisse de l'impôt sur la demande de titres, il suffit de différencier l'expression par rapport à T, tout chose égale par ailleurs. On obtient :

$$\frac{dB}{P} = -dT + C'dT \Longleftrightarrow \frac{dB}{P} = -\left(1 - C'\right) dT$$

Comme $0 < C' < 1$, on en déduit que $0 < 1 - C' < 1$. Il s'ensuit que $1 - C' < 1 \Longrightarrow -(1 - C')dT < -dT$ car $-dT > 0$. On obtient finalement :

$$\frac{dB}{P} < \frac{dB^g}{P}$$

La hausse de la demande de titres est inférieure à la hausse de l'offre de titres.

$\longrightarrow$ Détermination de l'impact quantitatif d'une baisse de l'impôt financée par emprunt.
Pour ce faire, il suffit de calculer les multiplicateurs à court terme, à moyen terme et à long terme.

• impact à court terme : calcul de $\frac{dY}{dT}$ et $\frac{dR}{dT}$

A court terme, le revenu se déduit de la résolution du système d'équations (IS) et (LM). Le système à différentier est donc :

$$\begin{cases} Y = C(Y-T) + I(R-\Pi) + G \\ \dfrac{\overline{M}}{P} = L(Y,R) \end{cases}$$

On obtient en différentiant le système :

$$\begin{cases} dY = C'(dY-dT) + I'(dR-d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} = L'_Y dY + L'_R dR \end{cases}$$

En réarrangeant un peu :

$$\begin{cases} (1-C')dY = -C'dT + I'dR - I'd\Pi + dG \\ dR = \dfrac{\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R} \end{cases}$$

En introduisant dR dans dY, on obtient :

$$(1-C')dY = -C'dT + I'\left(\frac{\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R}\right) - I'd\Pi + dG$$

Finalement, on obtient :

$$\left(1 - C' + I'\frac{L'_Y}{L'_R}\right) dY = -C'dT + \frac{I'}{L'_R}\frac{d\overline{M}}{P} - I'd\Pi + dG. \Leftrightarrow dY = \frac{-C'dT + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P} - I'd\Pi + dG}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

Comme on cherche à quantifier l'impact quantitatif de la baisse des impôts, toute chose égale par ailleurs, c'est-à-dire $dT < 0$ mais $d\overline{M} = d\Pi = dG = 0$, il s'ensuit :

$$\frac{dY}{dT} = \frac{-C'}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

On a montré précédemment que lorsque l'on considère une hausse des dépenses publiques, financée par emprunt, on a :

$$\frac{dY}{dG} = \frac{1}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

En outre $0 < C' < 1$ et $1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R} > 0$ d'où :

$$\frac{C'}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}} < \frac{1}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

Ccl :

$$\left|\frac{dY}{dT}\right| < \frac{dY}{dG}$$

Déterminons à présent la variation du taux d'intérêt consécutive à la baisse des impôts. Pour déterminer dR il suffit d'introduire dY dans $dR = \dfrac{\frac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R}$:

$$dR = \frac{\dfrac{d\overline{M}}{P}}{L'_R} - \frac{L'_Y}{L'_R}\frac{-C'dT + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P} - I'd\Pi + dG}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}} \Leftrightarrow dR = \frac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \left(\dfrac{1-C'}{L'_R}\right)\dfrac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

Comme on cherche à quantifier l'impact quantitatif de la baisse des impôts, toute chose égale par ailleurs, c'est-à-dire $dT < 0$ et $d\overline{M} = d\Pi = dG = 0$, il s'ensuit :

$$\frac{dR}{dT} = \frac{-C'}{1 - C' + I'\dfrac{L'_Y}{L'_R}}$$

$\longrightarrow$ Impact à moyen terme : calcul de $\frac{dY}{dT}$, $\frac{dP}{dT}$ et $\frac{dR}{dT}$
Dans ce cas le prix est flexible alors que le salaire nominal est rigide. Pour déterminer les multiplicateurs, le système à différentier est le suivant :

$$\begin{cases} Y = C(Y-T) + I(R-\Pi) + G \\ \dfrac{\overline{M}}{P} = L(Y,R) \\ Y = F(N) \\ P = (1+\rho)\dfrac{W}{F'(N)} \Longleftrightarrow F'(N) = (1+\rho)\dfrac{W}{P} \end{cases}$$

On obtient :

$$\begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{\overline{M}}{P^2}dP = L'_Y dY + L'_R dR \\ dY = F'(N)dN \\ F''(N)dN = (1+\rho)\left(\dfrac{dW}{P} - \dfrac{W}{P^2}dP\right) \end{cases}$$

Le salaire est rigide, par conséquent $dW = 0$. Les deux dernières equations du système deviennent :

$$\left.\begin{array}{l} dY = F'(N)dN \\ dN = -\dfrac{(1+\rho)}{F''(N)}\dfrac{W}{P^2}dP \end{array}\right\} \Longrightarrow dY = -(1+\rho)\frac{F'(N)}{F''(N)}\frac{W}{P^2}dP \Longleftrightarrow dY = S'_P dP$$

avec $S'_P = -(1+\rho)\frac{F'(N)}{F''(N)}\dfrac{W}{P^2}$.

Le système à résoudre devient :

$$\begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{\overline{M}}{P^2}dP = L'_Y dY + L'_R dR \\ dY = S'_P dP \Longleftrightarrow dP = \dfrac{dY}{S'_P} \end{cases}$$

En introduisant la troisième équation dans la seconde on obtient un système à deux équations :

$$\begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{\overline{M}}{P^2}\dfrac{dY}{S'_P} = L'_Y dY + L'_R dR \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ dR = \dfrac{1}{L'_R}\left(\dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{\overline{M}}{P^2}\dfrac{dY}{S'_P} - L'_Y dY\right) \end{cases}$$

En introduisant la seconde équation dans la première, on obtient :

$$dY = C'(dY - dT) - I'd\Pi + dG + \frac{I'}{L'_R}\left(\frac{d\overline{M}}{P} - \frac{\overline{M}}{P^2}\frac{dY}{S'_P} - L'_Y dY\right)$$

Finalement :

$$\begin{cases} dY = \dfrac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)} \\ dP = \dfrac{dY}{S'_P} \Leftrightarrow dP = \dfrac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P}}{S'_P\left[1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)\right]} \end{cases}$$

On en déduit alors qu'une baisse des impôts, financée par emprunt, toute chose égale par ailleurs (c'est-à-dire $dT < 0$ et $d\overline{M} = d\Pi = dG = 0$), se traduit par les multiplicateurs suivants :

$$\begin{cases} \dfrac{dY}{dT} = \dfrac{-C'}{1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)} \\ \dfrac{dP}{dT} = \dfrac{-C'}{S'_P\left[1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)\right]} \end{cases}$$

Il reste à déterminer la variation du taux d'intérêt consécutive à la baisse des impôts à moyen terme. On a montré précédemment :

$$dR = \frac{1}{L'_R}\left(\frac{d\overline{M}}{P} - \frac{\overline{M}}{P^2}\frac{dY}{S'_P} - L'_Y dY\right) \Longleftrightarrow dR = \frac{1}{L'_R}\left[\frac{d\overline{M}}{P} - dY\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)\right]$$

On en déduit en introduisant dY :

$$dR = \frac{d\overline{M}}{PL'_R} - \frac{1}{L'_R}\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)\left(\frac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \frac{I'}{L'_R}\frac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + \frac{I'}{L'_R}\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)}\right)$$

En réarrangeant, on obtient :

$$dR = \frac{-\frac{1}{L'_R}\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)(-C'dT - I'd\Pi + dG) + \frac{1-C'}{L'_R}\frac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + \frac{I'}{L'_R}\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)}$$

On peut alors en déduire $\frac{dR}{dT}$:

$$\frac{dR}{dT} = \frac{\frac{C'}{L'_R}\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)}{1 - C' + \frac{I'}{L'_R}\left(\frac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)}$$

$\longrightarrow$ impact à long terme : calcul de $\frac{dY}{dT}$, $\frac{dP}{dT}$, $\frac{dW}{dT}$ et $\frac{dR}{dT}$

Dans ce cas prix et salaire nominal sont flexibles. Pour déterminer les multiplicateurs à long terme, le système à différentier est le suivant :

$$\begin{cases} Y = C(Y-T) + I(R-\Pi) + G \\ \dfrac{\overline{M}}{P} = L(Y,R) \\ Y = F(N) \\ F'(N) = (1+\rho)\dfrac{W}{P} \\ \frac{W}{P} = \gamma \end{cases}$$

La différentiation du système donne :

$$\begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{\overline{M}}{P^2}dP = L'_Y dY + L'_R dR \\ dY = F'(N)dN \\ F''(N)dN = (1+\rho)\left(\dfrac{dW}{P} - \dfrac{W}{P^2}dP\right) \\ \dfrac{dW}{P} - \dfrac{W}{P^2}dP = 0 \end{cases}$$

Des deux dernières équations, il ressort que $dN = 0$. En l'introduisant dans la troisième, on obtient $dY = 0$. Le système devient, compte tenu de ces deux résultats :

$$\begin{cases} 0 = -C'dT + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{\overline{M}}{P^2}dP = L'_R dR \\ dY = 0 \\ dN = 0 \\ \dfrac{dW}{W} - \dfrac{dP}{P} = 0 \end{cases}$$

La première équation permet alors de déterminer dR. Quant à la deuxième, elle permet de déterminer

dP et finalement la dernière permet de déterminer dW :

$$\left\{\begin{array}{l} dR = \dfrac{C'dT + I'd\Pi - dG}{I'} \\ dP = \left(\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_R dR\right)\dfrac{P^2}{\overline{M}} \\ dY = 0 \\ dN = 0 \\ dW = \dfrac{W}{P}dP \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} dR = \dfrac{C'dT + I'd\Pi - dG}{I'} \\ dP = \left(\dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{L'_R\,(C'dT + I'd\Pi - dG)}{I'}\right)\dfrac{P^2}{\overline{M}} \\ dY = 0 \\ dN = 0 \\ dW = \dfrac{W}{P}\left(\dfrac{d\overline{M}}{P} - \dfrac{L'_R\,(C'dT + I'd\Pi - dG)}{I'}\right)\dfrac{P^2}{\overline{M}} \end{array}\right.$$

On en déduit les différents multiplicateurs sous l'hypothèse que $dT < 0$ et $d\overline{M} = d\Pi = dG = 0$:

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{dR}{dT} = \dfrac{C'}{I'} \\ \dfrac{dP}{dT} = -\dfrac{L'_R C'}{I'}\dfrac{P^2}{\overline{M}} \\ \dfrac{dY}{dT} = 0 \\ \dfrac{dN}{dT} = 0 \\ \dfrac{dW}{dT} = -\dfrac{W}{P}\dfrac{L'_R C'}{I'}\dfrac{P^2}{\overline{M}} \end{array}\right.$$

2.5 Pourquoi la monnaie affecte-t-elle la production ? ; paragraphe 3.2

→ Calcul de $\frac{dY}{d\overline{M}}$, $\frac{dP}{d\overline{M}}$ et $\frac{dR}{d\overline{M}}$ à moyen terme

On a montré au paragraphe précédent qu'à moyen terme la résolution du système différentié aboutissait au résultat suivant :

$$\left\{\begin{array}{l} dY = \dfrac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \frac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)} \\ dP = \dfrac{-C'dT - I'd\Pi + dG + \dfrac{I'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P}}{S'_P\left[1 - C' + \frac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)\right]} \\ dR = \dfrac{-\dfrac{1}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)(-C'dT - I'd\Pi + dG) + \frac{1-C'}{L'_R}\dfrac{d\overline{M}}{P}}{1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)} \end{array}\right.$$

Sous l'hypothèse que $d\bar{M} > 0$ et $dG = dT = d\Pi = 0$, on a alors :

$$\begin{cases} \dfrac{dY}{d\overline{M}} = \dfrac{\dfrac{I'}{L'_R P}}{1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)} \\ \dfrac{dP}{d\overline{M}} = \dfrac{\dfrac{I'}{L'_R P}}{S'_P\left[1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{d\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)\right]} \\ \dfrac{dR}{d\overline{M}} = \dfrac{\dfrac{1-C'}{L'_R P}}{1 - C' + \dfrac{I'}{L'_R}\left(\dfrac{\overline{M}}{P^2 S'_P} + L'_Y\right)} \end{cases}$$

$\rightarrow$ Calcul de $\frac{dY}{d\overline{M}}$, $\frac{dP}{d\overline{M}}$, $\frac{dW}{d\overline{M}}$ et $\frac{dR}{d\overline{M}}$ à long terme

On a montré au paragraphe précédent qu'à long terme la résolution du système différentié aboutissait au résultat suivant :

$$\begin{cases} dR = \dfrac{C'dT + I'd\Pi - dG}{I'} \\ dP = \left(\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_R dR\right)\dfrac{P^2}{\overline{M}} \\ dY = 0 \\ dN = 0 \\ dW = \dfrac{W}{P}dP \end{cases}$$

Sous l'hypothèse que $d\bar{M} > 0$ et $dG = dT = d\Pi = 0$, on a alors :

$$\begin{cases} dR = 0 \\ dP = \left(\dfrac{d\overline{M}}{P}\right)\dfrac{P^2}{\overline{M}} \\ dY = 0 \\ dN = 0 \\ dW = \frac{W}{P}\left(\dfrac{d\overline{M}}{P}\right)\dfrac{P^2}{\overline{M}} \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{dR}{d\overline{M}} = 0 \\ \dfrac{dP}{d\overline{M}} = \dfrac{P}{\overline{M}} \\ \dfrac{dY}{d\overline{M}} = 0 \\ \dfrac{dN}{d\overline{M}} = 0 \\ \dfrac{dW}{d\overline{M}} = \dfrac{W}{\overline{M}} \end{cases}$$

2.6 Demande globale et inflation anticipée ; paragraphe 4.1

$\longrightarrow$ Preuve : une hausse du taux d'inflation anticipé induit une hausse du taux d'intérêt nominal d'un montant inférieur à celui du taux d'inflation anticipé si bien qu'au total l'investissement est stimulé à court terme. Pour ce faire, il nous faut différentier les équations IS et LM qui nous permettront de déterminer dR à court terme.

$$\begin{cases} Y = C(Y-T) + I(R-\Pi) + G \\ \dfrac{\overline{M}}{P} = L(Y,R) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dY = C'(dY - dT) + I'(dR - d\Pi) + dG \\ \dfrac{d\overline{M}}{P} = L'_Y dY + L'_R dR \end{cases}$$

Ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} dY(1-C') = -C'dT - I'd\Pi + dG + I'dR \\ dR = \dfrac{\dfrac{d\overline{M}}{P} - L'_Y dY}{L'_R} \end{cases}$$

On cherche à quantifier l'impact d'une hausse du taux d'inflation anticipé, toute chose égale par ailleurs, ce qui signifie $dT = dG = d\overline{M} = 0$. Le système qui permet alors de déterminer dR devient :

$$\left.\begin{array}{l} dY(1-C') = -I'd\Pi + I'dR \\ dR = -\dfrac{L'_Y}{L'_R}dY \end{array}\right\} \Longrightarrow dR = \frac{\dfrac{I'L'_Y}{L'_R}}{1 - C' + \dfrac{I'L'_Y}{L'_R}} d\Pi$$

A présent il reste à montrer que $dR < d\Pi$. Par définition, $0 < C' < 1$, $I' < 0$, $L'_Y > 0$ et $L'_R < 0$. Il s'ensuit :

$$\left.\begin{array}{l} 1 - C' > 0 \\ \dfrac{I'L'_Y}{L'_R} > 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow 1 - C' + \frac{I'L'_Y}{L'_R} > \frac{I'L'_Y}{L'_R} \Longleftrightarrow \frac{\dfrac{I'L'_Y}{L'_R}}{1 - C' + \dfrac{I'L'_Y}{L'_R}} < 1$$

D'où :

$$\frac{\dfrac{I'L'_Y}{L'_R}}{1 - C' + \dfrac{I'L'_Y}{L'_R}} d\Pi < d\Pi \Longleftrightarrow dR < d\Pi \Longleftrightarrow dR - d\Pi < 0$$

On obtient finalement :

$$\left.\begin{array}{l} I = I(R - \Pi) \Longrightarrow dI = I'(dR - d\Pi) \\ I' < 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow dI > 0$$

2.7 Choc de productivité à court terme ; paragraphe 6.2

→ Preuve : La demande de travail dans un contexte de concurrence imparfaite vérifie $f'(N) = (1+\rho)\frac{W}{AP}$

En situation de concurrence imparfaite, les entreprises fixent un prix supérieur à leur coût marginal selon la règle suivante :

$$P = (1+\rho)\, C'(Y)$$

où $C'(Y)$ désigne le coût marginal de l'entreprise associé au coût total de production $C(Y)$. Ce dernier renvoie au coût minimum que l'entreprise subit lorsqu'elle produit Y unités de biens. Or, pour produire $Y = Af(N)$ unités de biens l'entreprise emploie $N(Y)$ travailleurs. On en déduit alors $C(Y) = WN(Y)$. Il s'ensuit que le coût marginal de production vérifie :

$$C'(Y) = WN'(Y) = W\frac{dN}{dY} \Leftrightarrow C'(Y) = \frac{W}{\dfrac{dY}{dN}}$$

Or la fonction de production vérifie $Y = Af(N)$, ce qui implique que $\frac{dY}{dN} = Af'(N)$. On obtient alors :

$$C'(Y) = \frac{W}{Af'(N)}$$

En l'introduisant dans l'équation $P = (1+\rho)\,C'(Y)$ on a alors :

$$P = (1+\rho)\,\frac{W}{Af'(N)} \Leftrightarrow f'(N) = (1+\rho)\,\frac{W}{AP}$$

→ Preuve : à court terme, une hausse du progrès technique A se traduit par une baisse de l'emploi, donc une hausse du chômage
Si on différentie la fonction de production, on obtient :

$$Y = Af(N) \Longrightarrow dY = f(N)dA + Af'(N)dN \Longleftrightarrow dN = \frac{dY - f(N)dA}{Af'(N)}$$

Or à court terme, en situation de concurrence imparfaite, les entreprises, qui ne peuvent s'ajuster en prix, ont intérêt à servir la demande (soit parce que cela leur évite d'avoir un stock d'invendus, soit parce que cela accroît leur profit). Cependant, le progrès technique est supposé sans influence sur le niveau de la demande. Par conséquent $dY = 0$. On a alors :

$$dN = -\frac{f(N)}{f'(N)}\frac{dA}{A}$$

avec $f(N) \geq 0$, $A > 0$, $f'(N) > 0$ et $dA > 0$. Il s'ensuit que $dN < 0$.

2.8 Faut-il augmenter ou réduire les salaires nominaux ? ; paragraphe 6.2

→ Exemple de fonction de consommation qui dépend du salaire réel et détermination de l'équilibre de court terme
Soit C la fonction de consommation. Elle vérifie :

$$C = c_1\frac{WN}{P} + c_2\left(Y - \frac{WN}{P}\right)$$

De plus, on suppose que $I = I_0 + b(R - \Pi)$, $\frac{M^d}{P} = a_1Y + a_2R$ et $\frac{M^s}{P} = \frac{\overline{M}}{P}$. A l'équilibre du marché des biens et de la monnaie, on aura :

$$\begin{cases} Y = C + I + G \\ \frac{M^s}{P} = \frac{M^d}{P} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} Y = c_1\frac{WN}{P} + c_2(Y - \frac{WN}{P}) + I_0 + b(R - \Pi) + G \\ \frac{\overline{M}}{P} = a_1Y + a_2R \end{cases}$$

Ce qui équivaut à :

$$\left.\begin{array}{l} (1-c_2)Y = (c_1 - c_2)\frac{WN}{P} + I_0 + b(R - \Pi) + G \\ R = \frac{1}{a_2}\left(\frac{\overline{M}}{P} - a_1Y\right) \end{array}\right\} \Rightarrow (1-c_2)Y = (c_1-c_2)\frac{WN}{P} + I_0 + \frac{b}{a_2}\left(\frac{\overline{M}}{P} - a_1Y\right) - b\Pi + G$$

On obtient sous l'hypothèse que $Y = N$ la condition à partir de laquelle on obtient l'expression de la quasi demande :

$$(1 - c_2 + \frac{a_1 b}{a_2})Y = (c_1 - c_2)\frac{WY}{P} + I_0 + \frac{b}{a_2}\frac{\overline{M}}{P} - b\Pi + G$$

On s'intéresse à l'impact quantitatif à court terme (à court terme les prix ne varient pas d'où $dP = 0$) d'une hausse du salaire nominal ($dW > 0$) sur le revenu, toute chose égale par ailleurs (les autres variables de politique économique ne se modifient pas : $dG = d\bar{M} = d\Pi = 0$). Pour ce faire, on différentie l'expression précédente. On obtient, étant donné les hypothèses :

$$(1 - c_2 + \frac{a_1 b}{a_2})dY = (c_1 - c_2)\left(\frac{W}{P}dY + \frac{Y}{P}dW\right)$$

Après réarrangement, on a :

$$(1 - c_2 + \frac{a_1 b}{a_2} - (c_1 - c_2)\frac{W}{P})dY = (c_1 - c_2)\frac{Y}{P}dW \Longleftrightarrow \frac{dY}{dW} = \frac{(c_1 - c_2)\frac{Y}{P}}{1 - c_2 + \frac{a_1 b}{a_2} - (c_1 - c_2)\frac{W}{P}}$$

On suppose que $1 - c_2 + \frac{a_1 b}{a_2} - (c_1 - c_2)\frac{W}{P} > 0$. La hausse du salaire nominal accroît le revenu de court terme à condition que $c_1 > c_2$.

$\rightarrow$ Preuve : Dans le plan $(Y, \frac{P}{W})$ une modification du prix P entraîne un déplacement de la courbe de quasi demande parallèlement à elle même mais aussi le long de la courbe.
L'exemple ci-dessous en est l'illustration. Considérons le modèle suivant :

$$\begin{cases} C = \dfrac{WN}{P} \\ G = 0 \\ I = \dfrac{1}{R} \\ \dfrac{M^d}{P} = \dfrac{Y}{2} + \frac{1}{R} \\ \dfrac{M^s}{P} = \dfrac{\overline{M}}{P} \\ Y = AN \\ P = (1 + \rho)\dfrac{W}{A} \text{ avec } \rho = \dfrac{Y}{2} \end{cases}$$

La fonction de quasi-offre se déduit de l'équation $P = (1 + \rho)\frac{W}{A}$:

$$Y^s = 2(\frac{AP}{W} - 1) \Longleftrightarrow \frac{P}{W} = (\frac{Y^s}{2A} + 1)$$

On en déduit que la pente de la courbe Y^s, dans le plan $(Y, \frac{P}{W})$, est égale à $\frac{1}{2A} > 0$. La courbe Y^s est croissante dans le plan $(Y, \frac{P}{W})$. Toute modification de P conduira à un déplacement le long de la courbe.
Quant à la quasi demande, celle-ci est solution de :

$$\begin{cases} Y = C + I + G \\ \dfrac{M^s}{P} = \dfrac{M^d}{P} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} Y = \dfrac{WN}{P} + \dfrac{1}{R} \\ \dfrac{\overline{M}}{P} = \dfrac{Y}{2} + \dfrac{1}{R} \end{cases}$$

Il s'ensuit :

$$Y = \frac{WN}{P} + \frac{\overline{M}}{P} - \frac{Y}{2}$$

Comme $Y = AN$, on a alors :

$$Y = \frac{WY}{AP} + \frac{\overline{M}}{P} - \frac{Y}{2} \Longleftrightarrow \left(\frac{3}{2} - \frac{W}{AP}\right) Y = \frac{\overline{M}}{P}$$

On obtient finalement :

$$Y^d = \frac{\frac{\overline{M}}{P}}{\frac{3}{2} - \frac{W}{AP}} \Longleftrightarrow Y^d = \frac{\overline{M}}{P}\left[\frac{3}{2} - \frac{W}{AP}\right]^{-1}$$

On a donc une équation de la forme :

$$Y^d = m\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{A}\left(\frac{P}{W}\right)^{-1}\right]^{-1}$$

avec $\bar{m} = \frac{\overline{M}}{P}$

Dans le plan $(\frac{P}{W}, Y)$, il s'agit d'une courbe dont la pente est donnée par :

$$\frac{\partial Y^d}{\partial\left[\frac{P}{W}\right]} = -\frac{\bar{m}}{A}\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{A}\left(\frac{P}{W}\right)^{-1}\right]^{-2}\left(\frac{P}{W}\right)^{-2} < 0$$

Il apparaît, en outre, qu'une hausse des prix réduit l'offre réelle de monnaie ($\bar{m} = \frac{\overline{M}}{P}$) et donc va réduire la demande globale quelle que soit la valeur de $\frac{P}{W}$. La courbe va se déplacer vers le bas dans le plan ($\frac{P}{W}$,Y). Dans le plan (Y,$\frac{P}{W}$), cela se traduit par un déplacement de la courbe vers la gauche (le déplacement de la courbe vers la gauche d'un point de vue économique s'explique par le fait que la hausse des prix réduit le pouvoir d'achat de la monnaie. Les agents ne disposent plus d'assez de monnaie pour réaliser leurs transactions : ils vendent des titres. La demande de titres baisse et devient inférieure à l'offre de titres. Le taux d'intérêt augmente et évince l'investissement ce qui décourage la demande globale de biens). En outre, comme P augmente, $\frac{P}{W}$ augmente et donc $\left(\frac{P}{W}\right)^{-1}$ diminue. Il s'ensuit que $\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{A}\left(\frac{P}{W}\right)^{-1}\right]^{-2}$ diminue si bien que la demande globale diminue à nouveau. Cela se traduit par un déplacement mais cette fois-ci le long de la courbe dans le sens d'une baisse de la quasi-demande (le déplacement le long de la courbe d'un point de vue économique provient du fait que la hausse du prix réduit la masse salariale réelle $\frac{WN}{P}$ et donc la consommation).